Ein theoretisches Modell zur Lorenz-Kurve und zum Pareto-Prinzip

Bertram Scharpf
info@bertram-scharpf.de

im Mai 2015
Version 1.3.7 (04.03.2020)

Kurzbeschreibung

Diese Arbeit beginnt in der Theoretischen Physik. Sie gibt einen kurzen Abriß über die Grundlagen des Zweiten Hauptsatzes der Thermodynamik. Sie bemüht sich um eine besonders anschauliche Darstellung der Größe *Entropie* und der *Boltzmann-Verteilung*. Dann richtet sich der Blick von der Physik weg und wendet die bisherigen Annahmen auf ein volkswirtschaftliches Gefüge an. Aus der Boltzmann-Verteilung entsteht eine theoretische Formel für eine ideale Lorenz-Kurve und ein theoretischer Wert für das empirische Pareto-80/20.

Suchbegriffe: Lorenz, Pareto, Boltzmann, Wahrscheinlichkeit, Verteilung, Physik, Löhne, Einkommensverteilung

JEL-Kategorien: C16, C51, E24, Y80

Seiten: 11

1. Vorwort

1.1. Aufgabenstellung

Um die Jahrhundertwende 1900 wurden in den Wirtschaftswissenschaften zwei statistische Phänomene entdeckt. Zum einen entwickelte der US-Amerikaner Max Otto Lorenz ein Verfahren zur Messung und zur Darstellung der Einkommensverteilung in einem Land, die heute nach ihm benannte Lorenz-Kurve. Ein paar Jahre zuvor entdeckte der Italiener Vilfredo Pareto, daß 80% des Grundbesitzes von 20% der Bevölkerung in der Hand gehalten werden. Für beide statistischen Messungen gibt es zwar mathematische Modelle, diese sagen aber wenig aus über die Herkunft der Verteilung.

Ein Vierteljahrhundert früher war in der Physik eine Teildisziplin entstanden, die sich gleichfalls mit Verteilungsproblemen befaßt: die statistische Thermodynamik. Hier kam vor allem Ludwig Boltzmann auf hervorragende Lösungen, die bis heute eine Fülle von Vorhersagen für weitere Phänomene treffen.

Diese Arbeit umreißt kurz Boltzmanns „Methode der wahrscheinlichsten Verteilung“. Dann entwickelt sie diese weiter zu theoretischen Formeln für die Lorenz-Kurve und für die Pareto-Regel.

1.2. Motivation

Dies ist keine wissenschaftliche Arbeit.

Ich bin nicht Mitglied irgendeines wissenschaftlichen Betriebs und ich verfüge, abgesehen von einem Vordiplom in Physik, über keinen akademischen Grad. Diesen Umstand verdanke ich meiner eingenen Einschätzung nach weniger dem mangelnden Willen oder der mangelnden Fähigkeit zum wissenschaftlichen Arbeiten, als dem Einwirken meines familiären Hintergrunds.

Unabhängig davon, welches Erklärungsmodell hierfür am besten greift, bleibt diese Arbeit lediglich ein Vorschlag und ich erhebe keinerlei Anspruch auf wissenschaftliche Anerkennung.

2. Empirische Ergebnisse

2.1. Die Lorenz-Kurve

Die Lorenz-Kurve wurde 1905 von dem US-amerikanischen Wirtschaftswissenschaftler Max Otto Lorenz (1876-1959) entwickelt. Sie erscheint heute in den gängigen amtlichen Statistiken. Gemessen wird die Einkommensverteilung.

Die Einkommen werden nach Höhe sortiert und aufsteigend summiert. Die Kurve liegt im ersten Quadranten. Sie beginnt bei (0|0) und endet bei (1|1). Auf der waagerechten Achse werden die Anteile der Einkommensbezieher aufgetragen von 0% bis 100%. Auf der senkrechten Achse stehen die summierten Einkommensanteile der Bezieher von 0% bis zum jeweiligen Bezieheranteil.

Eine Gerade von (0|0) nach (1|1) würde eine Verteilung bedeuten, in der jeder Teilnehmer das gleiche Einkommen hat. In der Regel ist die Kurve bauchig nach unten, was bedeutet, daß es weniger Teilnehmer gibt, die viel verdienen, und umgekehrt.

2.2. Die Pareto-Regel

Dem italienischen Wirtschaftswissenschaftler Vilfredo Pareto (1848-1923) fiel auf, daß der Landbesitz in Italien ungleich verteilt ist. Er stellte fest: Auf ungefähr 20% der Bevölkerung entfällt ungefähr 80% des Landbesitzes. Dies bedeutet umgekehrt, daß die restlichen 80% der Bevölkerung die restlichen 20% des Bodens besitzen.

Im heutigen Alltag können Sie feststellen, daß in anderen Bereichen ähnliche Ungleichverteilungen existieren. Hier einige Beispiele, die ich nicht gemessen habe, sondern nur grob geschätzt:

- Auf Ihrem Rechner laufen in 80% der Zeit 20% der installierten Programme. Der Browser und die E-Mail laufen ständig; Programme für sehr spezielle Zwecke setzen Sie eher selten ein.
- 80% aller Mozart-Aufführungen spielen 20% aus dem Köchelverzeichnis.
- 20% aller Schachspieler besitzen 80% aller erreichten Elo-Punkte.
- In einem Lokal laufen zu 20% der Öffnungszeiten 80% des Umsatzes.

3. Das Prinzip der wahrscheinlichsten Verteilung

3.1. Ein einfaches Beispiel

Wir stellen uns auf einer Bühne drei Jongleure vor. Diese Jongleure haben drei gleichartige Bälle, die sie sich ständig gegenseitig zuwerfen. Was für die Jongleure mit Sicherheit keine handwerkliche Herausforderung darstellt, wird jetzt für uns zu einer mathematischen.

Wir sagen, zu jedem Zeitpunkt sei ein Ball eindeutig einem Jongleur zuzuordnen. Entweder berührt er den Ball gerade, oder der Ball fliegt auf ihn zu. Die Frage, die wir nun stellen, ist aber nicht, welcher der drei Jongleure gerade wieviele oder gar welchen Ball hat. Wir fragen, welche Verteilung am häufigsten vorkommt. Offensichtlich besitzt entweder jeder der drei genau einen Ball, einer alle drei oder einer hat zwei, einer einen und einer keinen. Schreiben wir alle möglichen Verteilungen in einer Tabelle auf:

•	•	•	Verteilung 1-1-1 kommt nur 1× vor
• • •			Verteilung 3-0-0 kommt 3× vor
	• • •		
		• • •	
• •	•		Verteilung 2-1-0 kommt 6× vor
• •		•	
•	• •		
	• •	•	
•		• •	
	•	• •	

insgesamt 10 Verteilungen

Offenbar ist in 60% der Fälle die Verteilung 2-1-0, in 30% ist sie 3-0-0 und nur in 10% der Fälle 1-1-1. Die wahrscheinlichste Verteilung ist also 2-1-0.

An diesem Beispiel sieht man auch schon einen weiteren Aspekt der wahrscheinlichsten Verteilung: Wenn diese Verteilung eingetreten ist, wird sie, wenn überhaupt, nur kurz wieder verlassen. Im unserem Beispiel von 3 Jongleuren mit 3 Bällen kehrt das System spätestens beim zweiten Wurf wieder zu 2-1-0 zurück, wie Sie sich durch einfaches durchspielen leicht überzeugen können. Für mehr Bälle und mehr Jongleure könnte man auf eine Computersimulation zurückgreifen; allerdings überschritte dies den Rahmen dieser Arbeit.

Bevor wir zu rechnen anfangen, lassen Sie uns noch einen Begriff einführen: die „Unordnung“. Wir suchen hier die Verteilung mit der größten Unordnung. Intuitiv sind wir geneigt, es als Unordnung aufzufassen, wenn die Bälle bestmöglich verteilt sind, also die Verteilung 1-1-1 ist. Da jedoch die Bälle als ununterscheidbar angenommen wurden, ist dieses die Verteilung mit der besten Vorhersagbarkeit, also der *größten Ordnung*. Selbst die Verteilung 3-0-0 ist geordneter als die „schräge“ Verteilung 2-1-0.

3.2. Formulierung des Prinzips

Wir nennen die Gesamtzahl der Jongleure $N = 3$ und die Gesamtzahl der Bälle $M = 3$. Die Anzahl von Jongleuren, die i Bälle besitzen, nennen wir die Besetzungszahl a_i. Für die Häufigkeit eines Satzes Besetzungszahlen a_i gilt:

$$P = \frac{N!}{a_0!a_1!a_2!a_3!}$$

Schreiben wir die Werte allesamt aus. Zunächst ist $N! = 3! = 6$. Dann gilt für die Verteilungen:

Verteilung	a_0	a_1	a_2	a_3	$\prod_i a_i!$	P
1-1-1	0	3	0	0	$0! \cdot 3! \cdot 0! \cdot 0! = 6$	$\frac{6}{6} = 1$
3-0-0	2	0	0	1	$2! \cdot 0! \cdot 0! \cdot 1! = 2$	$\frac{6}{2} = 3$
2-1-0	1	1	1	0	$1! \cdot 1! \cdot 1! \cdot 0! = 1$	$\frac{6}{1} = 6$

Damit können wir die Aufgabe, an die wir herangehen, folgendermaßen definieren:

> Wir suchen die **Verteilung** a_i, bei der die Funktion P **maximal** wird.

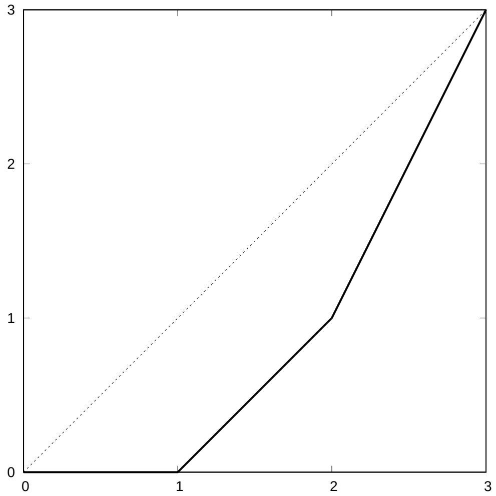
Wollten wir die Anzahl aller Zustände ausrechnen (hier die 10) stießen wir auf ein sogenanntes Partionierungsproblem. Dieses ist alles andere als trivial. Glücklicherweise ist diese Anzahl für unsere Überlegungen nicht relevant, da wir nur das Maximum von P suchen. Die Angabe in Prozent von der Gesamtheit der möglichen Verteilungen brauchen wir nicht.

3.3. Erste Lorenz-Kurve

Bevor wir die Suche nach dem Maximum fortsetzen, machen wir uns einen ersten Eindruck von einer Lorenz-Kurve. Wir sortieren die drei Jongleure nach der Anzahl der Bälle, die sie besitzen. Dann hat der erste keinen Ball, der zweite einen und der dritte die letzten beiden. Das summieren wir auf:

Zählung	Jongleure	Bälle	zusammen
0	keiner	–	0
1	erster	0	0
2	erster und zweiter	$0+1$	1
3	alle drei	$0+1+2$	3

Als Kurve aufgetragen:



Besonders schön ist das noch nicht, aber vielleicht sieht man gerade deshalb sehr schnell, worauf wir hier hinauswollen.

3.4. Allgemeiner Fall

Im folgenden interessieren wir uns für die wahrscheinlichste Verteilung im allgemeinen Fall von N Jongleuren mit M Bällen. Wir suchen immer noch das Maximum der Funktion:

$$P = \frac{N!}{\prod_i a_i}$$

Die Anzahl der Teilnehmer N und die Anzahl der Bälle M bleiben konstant.

$$\sum_i a_i = N \qquad \sum_i i a_i = M$$

Mit diesen Nebenbedingungen können wir das Verfahren der Lagrange-Multiplikatoren anwenden.

Dazu müssen wir P nach den a_i partiell ableiten. Dies führt zu einigen Schwierigkeiten, da die a_i eigentlich diskret sind und weil die Ableitung einer Fakultät keine verwertbare Gleichung erzeugt.

Lösen wir zunächst das Problem mit dem Produkt der Fakultäten. Weil der Logarithmus eine monoton steigende Funktion ist, dürfen wir statt nach einem Maximum von P nach einem von $\ln P$ suchen. Dann wird aus dem Produkt eine Summe.

$$\ln P = \ln N! - \sum_i \ln a_i!$$

Diese Größe ist übrigens (abgesehen von einem Faktor) die vielgenannte und wenig verstandene **Entropie**. Hier ist die genaue Definition:

$$S = k \ln P$$

Der Faktor k, den wir später einführen werden, ist die Boltzmann-Konstante. Mit W statt mit P steht diese Gleichung auf Ludwig Boltzmanns Grabstein.

Fahren wir fort mit dem Lagrange-Verfahren. Wenn Sie Mathematiker sind, müssen Sie jetzt stark sein: Die folgenden Grenzwertbildungen werden Ihren Ansprüchen nicht genügen. Früher oder später sollte man diesem Vorgehen eine mathematisch saubere Darstellung widmen.

Kommen wir nun zu den partiellen Ableitungen nach den a_i. Für diese müssen wir eine weitere Annahme machen. Wir gehen aus von sehr, sehr, sehr vielen Jongleuren und ebenfalls sehr, sehr vielen Bällen, genauer gesagt zum Grenzfall $N \to \infty$ und $M \to \infty$ bei endlich bleibendem M/N. Dann können wir die a_i als kontinuierlich betrachten.

Wir setzen vor die Nebenbedingungen die Parameter λ' und μ'. Die Striche schreiben wir, weil wir noch einige Umformungen vor uns haben und die Parameter sich von den später aufzulösenden unterscheiden. Dann setzen wir die Ableitungen gleich null.

$$\frac{\partial}{\partial a_j}(\ln N! - \sum_i \ln a_i! + \lambda' \sum_i a_i + \mu' \sum_i i a_i) = 0$$

Mit $\frac{\partial a_i}{\partial a_j} = \delta_{ij}$ (Kronecker-Delta: $\delta_{ii} = 1, \text{sonst } 0$) wird dies zu:

$$\frac{d(\ln a_i!)}{da_i} + \lambda' + \mu' i = 0$$

Die verbleibende Ableitung bilden wir mithilfe der Stirlingschen Näherung für große Fakultäten in einer differentiellen Form.

$$\frac{d(\ln n!)}{dn} = \ln n \qquad \text{für} \qquad n \gg 1$$

Damit lauten unsere Lösungen:

$$\ln a_i + \lambda' + \mu' i = 0, \qquad \Longrightarrow \qquad a_i = e^{-\lambda' - \mu' i}$$

Bevor wir dies in die Nebenbedingungen einsetzen, vollziehen wir noch zwei weitere Schritte. Erstens schreiben wir statt der sehr großen (gegen ∞ gehenden) Besetzungszahlen a_i die Anteile am Gesamten.

$$p_i = \frac{a_i}{N}$$

Zweitens lösen wir uns von der Vorstellung diskreter Bälle, die von Jongleuren hin- und hergeworfen werden. Wir wollen uns nun Systeme vorstellen, die jede beliebig kleine Menge eines Guts aufnehmen können. Die Theorie, die wir hier behandeln, wurde entwickelt in der Thermodynamik. Dort nennt man ein „ideales Gas“ eine Menge von Teilchen, die über ihre Geschwindigkeiten und über ihre Höhen im Schwerefeld beliebige Energien aufnehmen können. Erst im Fall der Quantentheorie tauchen wieder Systeme auf, die ganzzahlige Vielfache einer Energieform aufnehmen können.

Wir gehen also über von natürlichen Zahlen i zu einem kontinuierlichen ε. Aus den indizierten p_i wird eine Funktion $p(\varepsilon)$. Der Erwartungswert der von einem System aufgenommenen Menge des Guts wollen wir angeben mit einem Begriff, den man in der Physik „Temperatur“ nennt. Dies ist wissenschaftsgeschichtlich begründet und man verbindet die Meßgröße T mit einem Faktor k, der Boltzmann-Konstanten. Die Nebenbedingungen lauten dann:

$$\int_0^\infty p(\varepsilon)\,d\varepsilon = 1 \qquad \text{und} \qquad \int_0^\infty \varepsilon p(\varepsilon)\,d\varepsilon = kT$$

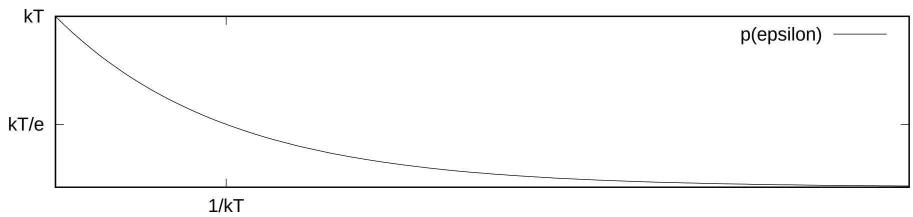
Aus dem Summenzeichen ist ein Integral geworden, das wir geschlossen lösen können. Wir schreiben erneut die Lagrange-Bedingungen aus den partiellen Ableitungen:

$$\ln p(\varepsilon) + \lambda + \mu\varepsilon = 0 \qquad \Longrightarrow \qquad p(\varepsilon) = e^{-\lambda - \mu\varepsilon}$$

Die erste Nebenbedingung ergibt $e^{-\lambda} = \mu$, die zweite $\mu = \frac{1}{kT}$. Damit erhalten wir die Boltzmann-Verteilung:

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{kT} e^{-\dfrac{\varepsilon}{kT}}$$

Als Kurve:



4. Die ideale Lorenz-Kurve

4.1. Annahme über die Einkommensverteilung

Zuerst hatten wir von Bällen gesprochen, die von Jongleuren hin- und hergeworfen werden. Diesen Gedanken hatten wir übertragen auf Gasteilchen, die Bewegungsenergie durch elastische Stöße untereinander weiterreichen. Unser nächster Schritt ist so kühn, daß Sie vielleicht die Seriosität dieser ganzen Arbeit anzweifeln werden. Versuchen wir doch einmal, die Gesamtheit aller ausgezahlten Einkommen näherungsweise als konstant zu betrachten. Nehmen wir weiterhin an, daß die Einkommensbezieher, wieder näherungsweise, dieselben und gleich viele bleiben. Was sich immer noch ändert, sind die Qualifikationen der Bezieher, ihre Arbeitspensen und die jeweiligen Beliebtheiten ihres Produkts. Dann können wir von den Einkommen als von Geldbeträgen sprechen, die sich zwischen jeweils zwei Zahltagen von einem Gehaltszettel auf einen anderen bewegen.

Diese Sichtweise ist natürlich geeignet, heftigste Widersprüche hervorzurufen. Schließlich reduziert sie den einzelnen Menschen mit seinen teilweise mühsam erworbenen Fähigkeiten auf einen bloßen Zufall. Das paßt nicht zu dem modernen Bild vom aufgeklärten, bewußt handelnden Menschen, das wir so liebgewonnen haben. Allerdings meine ich, daß es sich bei diesem Bild selber nicht weniger um eine stark vereinfachende Theorie handelt.

Die Überlegungen hier befassen sich mit einer gedachten Gesellschaft, in der das Sozialprodukt stehenbleibt. In der Realität aber wächst der durchschnittliche Lebensstandard, die technische Entwicklung und nicht zuletzt die Lebenserwartung. Es bleibt also genug Raum, menschlichem Tatendrang seine Berechtigung zuzuweisen. Abgesehen davon behandeln diese Überlegungen nur materiellen Besitz; andere Aspekte von Lebensqualität wie Familie, saubere Umwelt, Gesundheit oder Reisefreiheit müssen nicht zwangsläufig in Zusammenhang mit einem hohen Einkommen stehen.

Eine Annahme haben wir noch nicht erwähnt: Wir gehen aus von einer Wirtschaftsordnung, in der Einkommen frei verhandelbar sind. „Frei“ bedeutet hier, der Arbeitsmarkt sei völlig frei von Einflüssen wie Zugangsbeschränkungen (Innungs- und Kammermitgliedschaften), unzulässigen Absprachen (Korruption, Vetternwirtschaft), sowie von staatlichen Eingriffen (Mindestlohn, kalte Progression). Zugegeben, dies ist ein außerordentlich stark vereinfachendes Modell, das so in der Realität nicht vorkommt. Über dies mißt es dem Begriff „frei“ eine philosophisch brisante Bedeutung bei, denn hier meint „frei“ sowohl das Fehlen von *äußeren* Zwängen als auch die Unterbindung von unehrlichen Machenschaften *innerhalb* des Systems.

Wenn wir all diese Einschränkungen akzeptieren, dann dürfen wir die Methode der wahrscheinlichsten Verteilung anwenden.

4.2. Herleitung aus der Boltzmann-Verteilung

Ausgehend von der Boltzmann-Verteilung

$$p(\varepsilon) = \frac{1}{kT}e^{-\dfrac{\varepsilon}{kT}} \qquad \text{mit} \qquad p(\varepsilon = 0) = \frac{1}{kT} \qquad \text{und} \qquad p(\varepsilon \to \infty) \to 0$$

bilden wir die Umkehrfunktion:

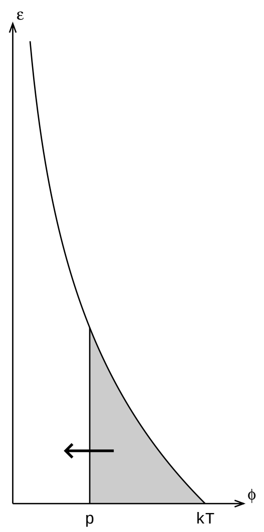
$$\varepsilon(p) = -kT \ln kTp \qquad \text{mit} \qquad \varepsilon(p = \frac{1}{kT}) = 0 \qquad \text{und} \qquad \varepsilon(p \to 0) \to \infty$$

Dies ist möglich, weil die Wahrscheinlichkeitsdichte streng monoton fallend ist.

Was die Statistiker tun ist, wie eingangs erwähnt, daß sie die Einkommen nach Höhe sortieren und dann aufsummieren. Dasselbe tun wir jetzt mit unserer Funktion. Wir beginnen bei der Wahrscheinlichkeitsdichte, an der das Einkommen null ist, $p = \frac{1}{kT}$, und integrieren die Einkommen in der Richtung, in der sie steigen, also von rechts nach links (minus!).

$$L(p) = -\int_{\frac{1}{kT}}^{p} \varepsilon(\varphi) d\varphi = -\int_{\frac{1}{kT}}^{p} (-kT \ln kT\varphi)\, d\varphi \qquad \text{mit} \qquad \frac{1}{kT} \geq p > 0$$

In der Graphik sieht das so aus:



Der Wert von L nimmt hier mit fallendem p zu. Die Umkehr der Richtung bringen wir später zum Ausdruck. Zunächst berücksichtigen wir, daß der Anteil an der Gesamtwahrscheinlichkeit prozentual gesehen wird, und wir ersetzen p durch ein ρ, das von 1 bis 0 läuft.

$$\rho = kT\varphi \qquad \Longrightarrow \qquad L(\rho) = \int_1^\rho \ln\rho \, d\rho \qquad \text{mit} \qquad 1 \geq \rho > 0$$

Dann ist das Integral ganz leicht zu lösen:

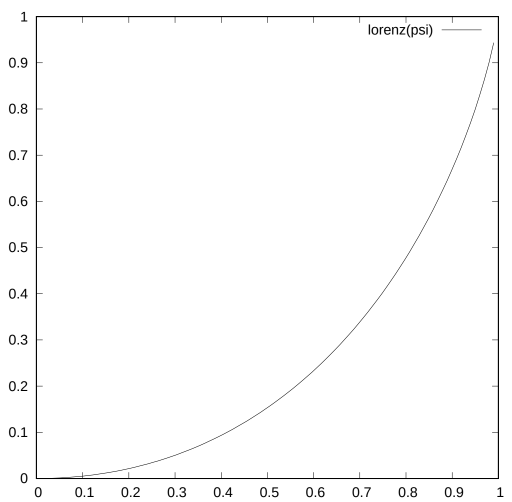
$$L(\rho) = \rho\ln\rho - \rho + 1 \quad = 1 - \rho(1 - \ln\rho) \qquad \text{mit} \qquad 1 \geq \rho > 0$$

Ändern wir nun den Blickwinkel, so daß die Zählung der Prozentsätze bei den geringen Einkommen anfängt.

$$\psi = 1 - \rho$$

$$L(\psi) = 1 - (1-\psi)(1 - \ln(1-\psi)) \qquad \text{mit} \qquad 0 \leq \psi < 1$$

Die graphische Darstellung zeigt erstaunlich gut das Bild, das von der empirischen Messung bekannt ist.



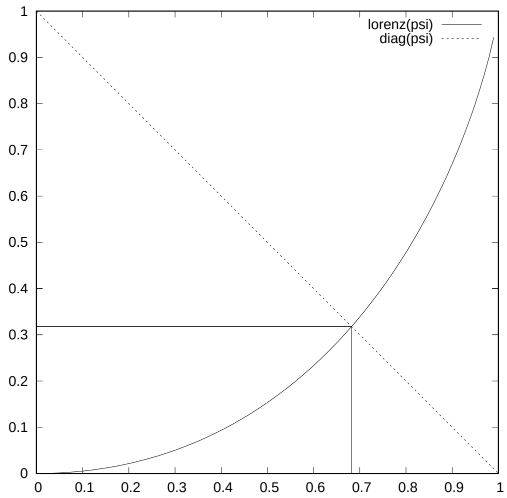
Diese Kurve hat einen weiteren interessanten Aspekt. Die Temperatur ist aus der Formel und aus der Grafik verschwunden. Die Kurve bleibt immer die gleiche, egal wie hoch der Erwartungswert des Einkommens des Einzelindividuums steigen mag. Unabhängig vom Wohlstand einer Gesellschaft wird es immer viele Menschen mit geringem Einkommen geben und wenige mit hohem. Der Grund dafür ist nicht soziale Ungerechtigkeit, sondern daß es einfach die wahrscheinlichste Verteilung ist.

4.3. Suche nach dem Pareto-Schnittpunkt

Wir gehen davon aus, daß der von Pareto gemessene Wert 80%/20% einer Wirtschaft entspringt, die nicht annähernd die idealisierten Voraussetzungen erfüllt hatte, mit denen wir hier rechnen. Es handelt sich um einen empirischen Wert, der vom theoretischen Wert abweichen muß, denn die Realität birgt Effekte, die in unserer Theorie nicht berücksichtigt sind. Damit bleibt die Suche nach dem idealen 80-20-Wert, also die Lösung der Gleichung:

$$L(\psi) = 1 - \psi$$

In der Grafik:



Offensichtlich können wir kürzer schreiben, wenn wir zu ρ zurückgehen.

$$1 - (1 - \psi)(1 - \ln(1 - \psi)) = 1 - \psi$$

$$1 - \rho(1 - \ln \rho) = \rho$$

Wir suchen also die Nullstelle einer Funktion:

$$1 - \rho(2 - \ln \rho) = 0$$

Diese Gleichung ist nicht geschlossen lösbar. Eine numerische Annäherung ergibt den etwaen Wert:

$$\psi \approx 0{,}682155567100627, \quad L \approx 0{,}317844432899373$$

Damit können wir sagen: Wenn die Lorenz-Kurve ihre ideale Gestalt erreicht hat, beziehen 68,2% der Erwerbspersonen 31,8% der Gesamtheit der Einkommen und umgekehrt.

Dies ist ein deutlich versöhnlicherer Wert als der von Pareto ermittelte. Da wir von einem idealisierten Markt ausgegangen sind, der wesentlich freier ist als der italienische Grundstücksmarkt zu Zeiten Paretos, ist dies ein plausibles Ergebnis.

5. Schluß

5.1. Ergebnis

Das wichtige Ergebnis dieser Berechnung ist nicht etwa, daß die bauchige Kurve grob nahe der gemessenen Lorenz-Kurve liegt. Dies leisten andere Kurven auch.

Das wichtige Ergebnis ist die Botschaft, die sie in sich trägt: In Sonntagsreden wird regelmäßig behauptet, die Schere zwischen Arm und Reich gehe immer weiter auseinander. Wenn das zugrundegelegte Erklärungsmodell allerdings zulässig ist, geht die „Schere“ zwischen Arm und Reich zwar ab einem bestimmten Punkt nicht näher zusammen, aber vor allem eben *nicht* von selbst immer weiter auseinander. Sollte die „Schere“ zwischen Arm und Reich jedoch trotzdem auseinandergehen, sind die Ursachen bei Beschränkungen des freien Marktes zu suchen. Künstliche Umverteilungen wirken kontraproduktiv.

Der von Pareto angenommene Wert 80/20 für die Güterverteilung zeichnet ein dramatischeres Bild der Welt, als sie natürlicherweise ist. Eine Verteilung von 68/32 ist zwar immer noch alles andere als erfreulich, jedoch ein weit versöhnlicherer Wert.

Eine gesonderte Erwähnung verdient der Mindestlohn. Wenn man die Boltzmann-Verteilung im vorderen Bereich auf Null zwingt, wird sie sich nicht nach rechts verschieben, sondern es entsteht eine Spitze ganz am Anfang: Die Zahl der Erwerbslosen wird steigen.

Darüber hinaus meine ich, lohnt es sich, über die bei Aufstellung des Modells erwähnten Freiheitswerte zu reflektieren. Aus ihnen lassen sich interessante Aussagen für eine erfolgversprechende Wirtschaftspolitik ableiten.

5.2. Ausblick

Es wurde die Entwicklung betrachtet in einem elementaren Bereich des menschlichen Zusammenlebens. Da stellen sich Fragen nach weiteren langfristigen Effekten. Wenn sich das Prinzip der wahrscheinlichsten Verteilung auf eine wirtschaftliche Entwicklung anwenden läßt, muß man fragen dürfen, ob dies nicht auch für den gesamten technischen Fortschritt des Menschen erweiterbar ist oder gar auf die Evolution überhaupt.

Das Prinzip der wahrscheinlichsten Verteilung bleibt eines der spannendsten Abenteuer in Wissenschaft und Philosophie.

5.3. Bezugsquellen und Lizenz

Dieses Dokument kann im Weltnetz heruntergeladen werden. Es ist vorhanden in einer deutschen und in einer englischen Fassung. Die englische Fassung gibt es auch im Papierformat US-Letter. Derzeit liegen diese auf zwei Servern.

```
http://bertram-scharpf.de/books/bscharpf-lorenzpareto.pdf
http://bertram-scharpf.de/books/bscharpf-lorenzpareto-en.pdf
http://bertram-scharpf.de/books/bscharpf-lorenzpareto-en-letter.pdf

http://bertram-scharpf.spdns.de/books/bscharpf-lorenzpareto.pdf
http://bertram-scharpf.spdns.de/books/bscharpf-lorenzpareto-en.pdf
http://bertram-scharpf.spdns.de/books/bscharpf-lorenzpareto-en-letter.pdf
```